

1.- Hallar el volumen generado al hacer girar el área plana limitada por las curvas dadas, en torno a los ejes que se indican:

a) $y^2 = 8x; y = 0; x = 2$.

1. En torno al eje X .
2. En torno al eje Y .
3. En torno a la recta $x = 2$.

b) $y = 2x - x^2; y = 0$.

1. En torno al eje X .
2. En torno al eje Y .
3. En torno a la recta $y = 2$.

c) $x^2 + y^2 = 4$, en torno a la recta $x = 3$.

d) $y = -x^2 - 2x + 3; x + y - 1 = 0$.

1. En torno a la recta $x = 1$.
2. En torno al eje X .

e) $y = \frac{bx^2}{a^2}; y = \frac{b|x|}{a}; a > b > 0$.

1. En torno al eje X .
2. En torno al eje Y .

f) $y = \sin x; y = 0; x = 0; x = \pi$.

1. En torno al eje X .
2. En torno al eje Y .

g) $x = t - \sin t, y = 1 - \cos t, t \in [0, 2\pi]; y = 0$.

1. En torno al eje X .
2. En torno al eje Y .

h) $x = \sin^3 t, y = \cos^3 t, t \in [0, 2\pi]$.

1. En torno al eje X .
2. En torno al eje Y .

2.- Hallar los volúmenes de los cuerpos limitados por las siguientes superficies:

a) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$.

b) $z = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2}; z = c$.

c) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} + 1 = 0; z = 2c; z = -2c$.

d) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1; z = c; z = -c$.

e) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{z^2} = 1; z = 0; z = a$.

f) $x + y + z^2 = 1$ (en el 1er. octante).

3.– Resolver por integración los problemas siguientes:

- a) Sea el cilindro de eje OZ y sección recta circular de radio $4 m$. Se pide obtener el volumen interior al cilindro y exterior a la superficie de ecuación

$$\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{2} = z^2$$

- b) En una esfera de radio $5 m$. se efectúa un agujero en forma de cilindro circular con radio $4 m$. El eje del cilindro taladrado coincide con un diámetro de la esfera. Calcular el volumen del sólido resultante.
- c) Se pide calcular el volumen encerrado entre las superficies S_1 y S_2 .

$$S_1 : x^2 + y^2 - z - 1 = 0; \quad S_2 : x^2 + y^2 + z - 3 = 0$$

- d) Sean el paraboloides de ecuación $x^2 + y^2 + z = 9$ y un cubo con la base en el plano XY y el centro en el punto $C(0, 0, 3)$. Calcular el volumen común a ambos cuerpos.
- e) Sea una esfera de radio 2 metros cuyo centro se encuentra 4 metros por encima del plano horizontal. Se considera un depósito elevado formado por la parte de la esfera situada por encima del plano $z = 3$. El depósito está lleno de un líquido cuya densidad $\rho(z)$ es función de la altura. El espesor de las paredes se supone despreciable. Se pide:
1. Plantear la expresión integral para calcular la masa del líquido contenido en el depósito.
 2. Obtener el volumen de dicho líquido en m^3 .
- f) Se desea conocer el volumen y coste de una excavación. El volumen excavado tiene forma de tronco de cono. Su base mayor es un círculo situado en el plano XY , que corresponde al plano del terreno. La excavación tiene una profundidad de $3 m$ y su fondo es horizontal. La ecuación de la superficie del cono es

$$x^2 + y^2 - (z + 5)^2 = 0$$

El coste por m^3 de excavación es función de la profundidad y viene dado por la expresión $f(z)$. Se pide:

1. Plantear la expresión integral para calcular el coste de la excavación.
 2. Calcular el volumen de excavación en m^3 .
-